

뉴런연구소

LEVEL-S 정답 및 해설

도함수의 활용

정답 확인과 풀이 검토를 위한 해설집입니다.

※ 문제 풀이 후 해설을 확인하세요.

01 정답 22

핵심 함수의 최댓값과 최솟값

정답풀이 :

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3) \text{ 닫힌구간 } [0, 5] \text{에서}$$

확인할 점은 $x = 0, 1, 3, 5$

각 함수값은

$$f(0) = 2, \quad f(1) = 6, \quad f(3) = 2, \quad f(5) = 22$$

따라서 최댓값은 22

02 정답 ㉓

핵심 접선의 방정식

정답풀이 :

$$f(x) = x^3 - 4x \text{라 하면 } f'(x) = 3x^2 - 4 \text{ 점 } (2, 0) \text{에서의}$$

접선의 기울기는

$$f'(2) = 12 - 4 = 8$$

따라서 접선의 방정식은

$$y = 8(x - 2) = 8x - 16$$

이므로 $a = 8, b = -16$

그러므로

$$a + b = -8$$

03 정답 ㉔

핵심 방정식에의 활용

정답풀이 :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 \text{라 하면}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

$x = 0$ 에서 극대, $x = 2$ 에서 극소를 갖고,

$$f(0) = 0, \quad f(2) = -4$$

방정식 $f(x) = k$ 가 서로 다른 세 실근을 가지려면

$$-4 < k < 0$$

이어야 한다.

이를 만족하는 정수는 $-3, -2, -1$ 이고, 그 합은 -6

04 정답 4

핵심 속도와 거리

정답풀이 :

속도는

$$v(t) = x'(t) = 3t^2 - 18t + 24 = 3(t-2)(t-4)$$

따라서 운동 방향은 $t = 2$ 와 $t = 4$ 에서 바뀐다.

각 시각의 위치는

$$x(2) = 8 - 36 + 48 = 20, \quad x(4) = 64 - 144 + 96 =$$

$2 \leq t \leq 4$ 에서 한 방향으로만 움직이므로 움직인 거리는

$$|16 - 20| = 4$$

05 정답 ㉓

핵심 부등식에의 활용

정답풀이 :

$$h(x) = x^4 - 2x^2 \text{라 하면}$$

$$h'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x-1)(x+1)$$

극값 후보 $x = -1, 0, 1$ 에서

$$h(-1) = -1, \quad h(0) = 0, \quad h(1) = -1$$

따라서 $h(x)$ 의 최솟값은 -1 이고, 모든 실수 x 에 대해

$h(x) + k \geq 0$ 이라면 $k \geq 1$ 이어야 한다.

정수 k 의 최솟값은 1

06 정답 4

핵심 함수의 증가와 감소

정답풀이 :

감소 구간이 정확히 $[1, 3]$ 이 되려면 $f'(x) \leq 0$ 인 구간이 $[1, 3]$

이어야 한다.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \text{이고, 이 이차식은 위로 열린}$$

포물선이므로 두 근이 1과 3이어야 한다.

따라서

$$f'(x) = 3(x-1)(x-3) = 3x^2 - 12x + 9$$

계수를 비교하면 $2a = -12, b = 9$ 이므로 $a = -6$

따라서

$$f(4) = 64 + 16(-6) + 4 \cdot 9 = 4$$

07 정답 ㉓

핵심 함수의 미분가능성

정답풀이 :

$|f(x)|$ 가 미분가능하지 않을 수 있는 곳은 $f(x) = 0$ 인 점이다.
이 점에서 미분가능하려면 $f(x)$ 가 실근을 갖지 않거나 중근만 가져야 한다.

이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 판별식은

$$D = 16 - 4k$$

. 실근이 없거나 중근을 가지려면 $D \leq 0$ 이어야 하므로 $k \geq 4$
따라서 정수 k 의 최솟값은 4

08 정답 5

핵심 함수의 극대와 극소

정답풀이 :

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$ 이므로 $x = -1$ 에서 극대,
 $x = 1$ 에서 극소를 갖는다.

극댓값은

$$f(-1) = -1 + 3 + a = a + 2$$

. 조건에 의해 $a + 2 = 5$ 이므로 $a = 3$

따라서

$$f(2) = 8 - 6 + 3 = 5$$

