

뉴런연구소

# LEVEL-B 정답 및 해설

도함수의 활용

정답 확인과 풀이 검토를 위한 해설집입니다.

※ 문제 풀이 후 해설을 확인하세요.



**01** 정답 5

**핵심** 접선의 방정식

**정답풀이 :**

곡선  $y = x^3 - 2x$ 에서

$$y' = 3x^2 - 2$$

이므로 점  $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기는 1

곡선  $y = x^3 - 2x + 2$ 에 접하고 이 접선과 평행한 직선의 접점의  $x$ 좌표를  $t$ 라 하면

$$3t^2 - 2 = 1$$

이므로  $t = \pm 1$

$t = 1$ 일 때 접선은  $y = x$ 가 되어  $b = 0$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

$t = -1$ 일 때 접점은  $(-1, 3)$ 이고 접선은

$$y = x + 4$$

따라서  $a = 1, b = 4$ 이므로

$$a + b = 5$$

**02** 정답 ②

**핵심** 방정식에의 활용

**정답풀이 :**

$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$ 이라 하면

$$f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x - 2)$$

따라서  $f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 극대,  $x = 2$ 에서 극소를 갖는다.  
극댓값과 극솟값은 각각

$$f(0) = 1, \quad f(2) = 16 - 24 + 1 = -7$$

방정식  $f(x) = k$ 가 서로 다른 세 실근을 가지려면 수평선  $y = k$ 가 극솟값보다 크고 극댓값보다 작아야 하므로

$$-7 < k < 1$$

이를 만족하는 정수  $k$ 는  $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$ 이고, 그 합은

$$-6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 + 0 = -21$$

**03** 정답 ②

**핵심** 함수의 최댓값과 최솟값

**정답풀이 :**

$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + K$ 라 하면

$$f'(x) = -3x^2 + 6x + 9 = -3(x - 3)(x + 1)$$

구간  $[-2, 2]$ 에서 확인할 점은 양 끝점  $-2, 2$ 와 임계점  $-1$

각 함수값은

$$f(-2) = K + 2, \quad f(-1) = K - 5, \quad f(2) = K + 22$$

따라서 최댓값은  $K + 22$ 이고, 조건에 의해

$$K + 22 = 30$$

이므로  $K = 8$

이때 최솟값은

$$f(-1) = K - 5 = 3$$

**04** 정답 ②

**핵심** 속도와 가속도

**정답풀이 :**

점 P의 속도를  $v(t)$ 라 하면

$$v(t) = x'(t) = 3t^2 - 24t + 36 = 3(t - 2)(t - 6)$$

속도의 부호는  $t = 2$ 와  $t = 6$ 에서 바뀌므로 점 P는 이 두 시각에 운동 방향을 바꾼다.

$t = 2$ 와  $t = 6$ 에서의 위치는

$$x(2) = 8 - 48 + 72 = 32, \quad x(6) = 216 - 432 + 216$$

구간  $[2, 6]$ 에서는 한 방향으로만 움직이므로, 움직인 거리는

$$|x(6) - x(2)| = |0 - 32| = 32$$

**05** 정답 ③

**핵심** 부등식에의 활용

**정답풀이 :**

$f(x) = x^4 - 4x^3 + 16x + k$ 라 하면

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 16 = 4(x + 1)(x - 2)^2$$

도함수의 부호를 보면  $x = -1$ 에서 감소에서 증가로 바뀌고,  $x = 2$ 에서는 부호가 바뀌지 않는다.

따라서 전역 최솟값은  $x = -1$ 에서 생긴다.

최솟값은

$$f(-1) = 1 + 4 - 16 + k = k - 11$$

모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) \geq 0$ 이라면

$$k - 11 \geq 0$$

이어야 하므로  $k \geq 11$

따라서  $k$ 의 최솟값은 11

**06** 정답 ③

**핵심** 속도와 가속도

**정답풀이 :**

두 점의 속도와 가속도를 각각 구하면

$$v_1(t) = 3t^2 - 18t + 20, \quad a_1(t) = 6t - 18$$

$$v_2(t) = 6t + k, \quad a_2(t) = 6$$

가속도가 같아지는 순간은

$$6t - 18 = 6$$

에서  $t = 4$  이 시각에 속도도 같아야 하므로

$$v_1(4) = v_2(4)$$

를 이용하면

$$-4 = 24 + k$$

이고,

따라서  $k = -28$

$t = 4$ 에서 두 점의 위치는

$$x_1(4) = 64 - 144 + 80 = 0,$$

$$x_2(4) = 48 - 112 = -64$$

그러므로 두 점 사이의 거리는

$$|0 - (-64)| = 64$$

**07** 정답 105

**핵심** 함수의 증가와 감소

**정답풀이 :**

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$  함수가 감소하는 구간은  $f'(x) \leq 0$ 인 구간이다.

감소 구간의 왼쪽 끝이 1, 오른쪽 끝이 8이므로  $f'(x)$ 의 두 근은 1

과 8

따라서

$$f'(x) = 3(x-1)(x-8) = 3x^2 - 27x + 24$$

계수를 비교하면  $2a = -27, b = 24$

그러므로

$$a + b = -\frac{27}{2} + 24 = \frac{21}{2}$$

이고,

$$10(a + b) = 10 \cdot \frac{21}{2} = 105$$

**08** 정답 ①

**핵심** 부등식에의 활용

**정답풀이 :**

$h(x) = x^3 - 5x^2$ 라 하자. 그러면

$$h'(x) = 3x^2 - 10x = x(3x - 10)$$

이므로 구간  $[2, 7]$ 에서 확인할 점은

$$x = 2, \frac{10}{3}, 7$$

각 함숫값은

$$h(2) = -12, \quad h\left(\frac{10}{3}\right) = -\frac{500}{27}, \quad h(7) = 98$$

따라서 구간에서  $h(x)$ 의 최솟값은  $-\frac{500}{27}$ , 최댓값은 98

모든  $x$ 에 대해  $|h(x) + d| < 22$ 가 성립하려면

$$-22 < h(x) + d < 22$$

이어야 한다. 특히 최솟값과 최댓값에서

$$d > -22 + \frac{500}{27} = -\frac{94}{27},$$

$$d < 22 - 98 = -76$$

을 동시에 만족해야 한다. 두 조건을 동시에 만족하는 정수  $d$ 는 없으므로 개수는 0







